

Activités du chapitre 6

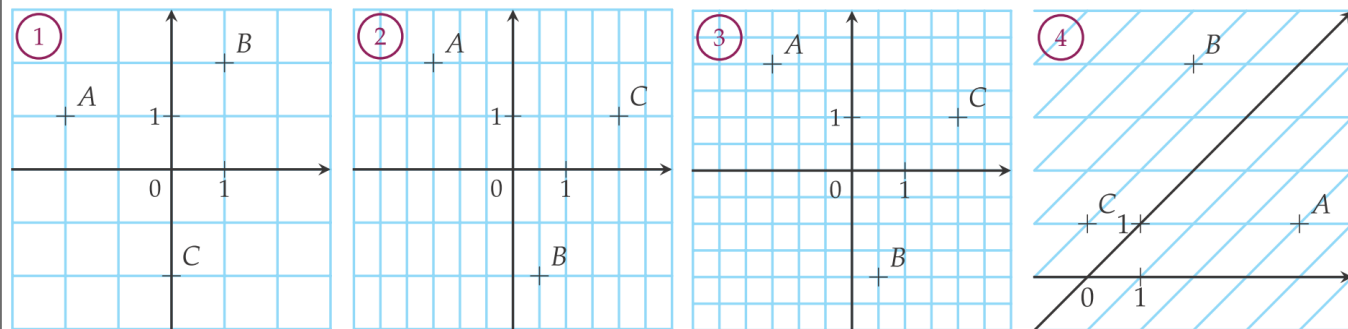
Problèmes de géométrie

Méthodes

Savoir-faire n° 1: Calculer les coordonnées du milieu d'un segment

Dans chacune des quatre situations ci-dessous :

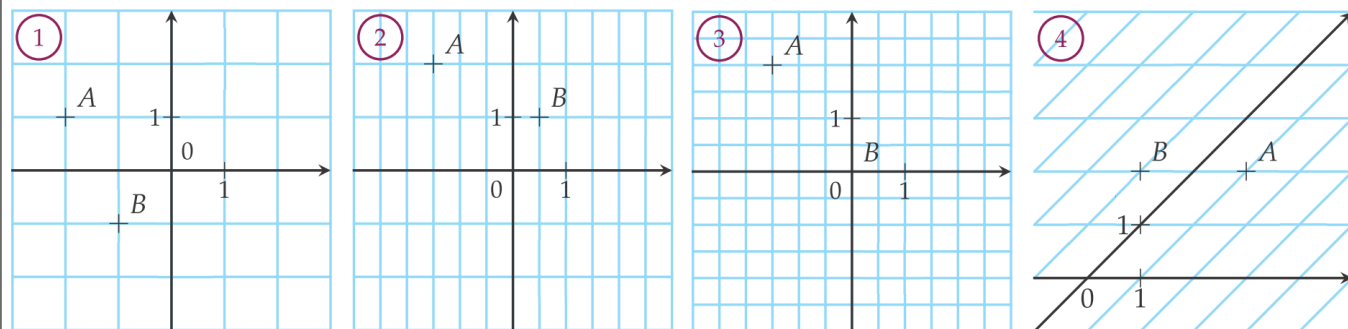
- (a) Lire les coordonnées des points A , B , C . (b) Construire le triangle ABC .
 (c) Calculer les coordonnées de A' , B' , C' , milieux respectifs de $[BC]$, $[CA]$, $[AB]$.
 (d) Construire le centre de gravité du triangle ABC .



Savoir-faire n° 2: Symétrique d'un point par rapport à un autre

Dans chacune des quatre situations ci-dessous :

- (a) Lire les coordonnées des points A et B .
 (b) Construire le symétrique de A par rapport à B . (Noter A' ce symétrique).
 (c) Déterminer les coordonnées de A' par le calcul.



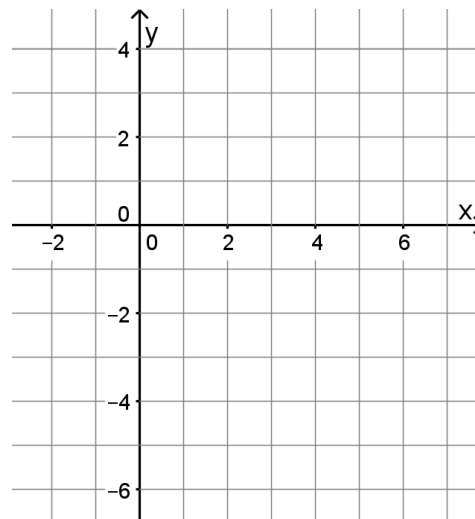
Savoir-faire n° 3: Calculer une distance

Le repère (O, I, J) ci contre est orthonormal.

- Placer les points $A(2; 1)$, $B(-1; -3)$, $C(3; -6)$.
- Calculer les longueurs AB , BC et CD .
- Que peut-on en déduire à propos du triangle ABC ?
- Applications
 - Déterminer les mesures en degrés des angles $\widehat{BAC}$, $\widehat{CBA}$ et $\widehat{ACB}$.
 - Tracer le **cercle circonscrit** au triangle ABC .

Pour s'exercer : reprendre l'exercice avec

$A(-8; 2)$, $B(-5; -3)$, et $C(10; 6)$.



Savoir-faire n° 4: Vecteurs colinéaires, droites parallèles, points alignés

 1. Dans chaque cas, dire si les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** ou non :

(a) $\vec{u} \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 10 \\ -15 \end{pmatrix}$; (b) $\vec{u} \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1,5 \\ 1 \end{pmatrix}$; (c) $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$.

 2. Dans chaque cas, dire si les droites (AB) et (CD) sont parallèles ou non :

(a) $A(-4; 2)$, $B(6; 4)$, $C(10; 2)$, $D(2; 0)$; (b) $A(3; 2)$, $B(-2; -2)$, $C(2; -1)$, $D(7; 3)$.

 3. Dans chaque cas, dire si les points A , B , C sont alignés ou non :

(a) $A(-5; 2)$, $B(-6; 3)$, $C(-5; 1)$; (b) $A(-5; 2)$, $B(-6; 3)$, $C(-5; 1)$.

Vecteurs colinéaires, parallélisme, alignement
Exercice n° 1: Pour s'entraîner aux méthodes

[cf. savoir-faire n° 4]

 1. Les points A , B , C , placés dans le repère $(O; I; J)$ ci-contre, sont-ils alignés? Justifier par un calcul.

2. Dans un repère, on considère les points

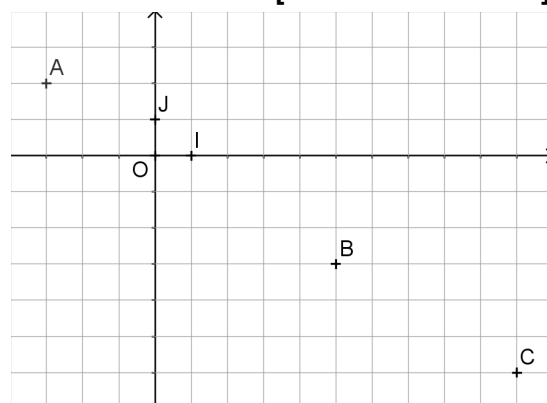
$$M(4; 1), N(-2; 3), P(2; -2) \text{ et } Q(-1; -1).$$

 Démontrer que les droites (MN) et (PQ) sont parallèles.

 3. On donne $A(-1; 3)$, $B(1; 1)$, $C(2; 2)$ et $D(3; 4)$.

 (a) Calculer les coordonnées des points E , F , G tels que :

$$\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} \quad ; \quad C \text{ milieu de } [AF] \quad ; \quad \overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}.$$

 (b) Démontrer que les points E , F , G sont alignés.

Exercice n° 2: Mise en équation

 Déterminer la valeur du nombre réel x tel que les vecteurs $\vec{w} \begin{pmatrix} x \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{z} \begin{pmatrix} 1+x \\ 2 \end{pmatrix}$ soient colinéaires.

Exercice n° 3: Milieux dans un triangle

 Dans un repère (O, I, J) , on considère les points $A(5; -1)$, $B(-2; 3)$, $C(-1; -2)$.

 1. Calculer les coordonnées des points I , J , K , milieux respectifs de $[AB]$, $[BC]$ et $[CA]$.

 2. Démontrer que $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{KC}$.

Études de configurations
Exercice n° 4: Un quadrilatère

 1. Dans le repère (O, I, J) ci-contre, placer les points

$$A(3; 1), B(-3; 4), C(-5; 0), D(1; -3).$$

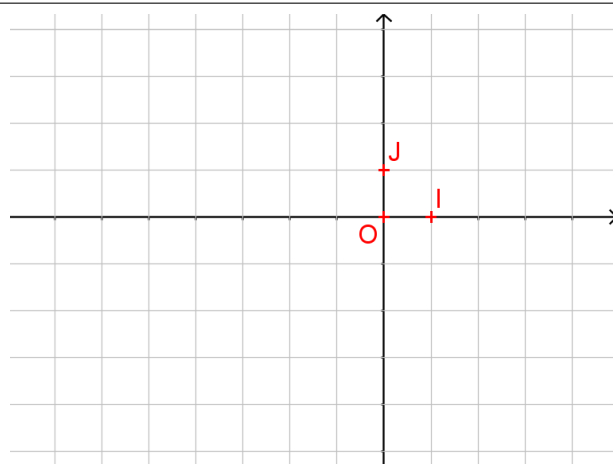
2. Calculer les coordonnées des points suivants :

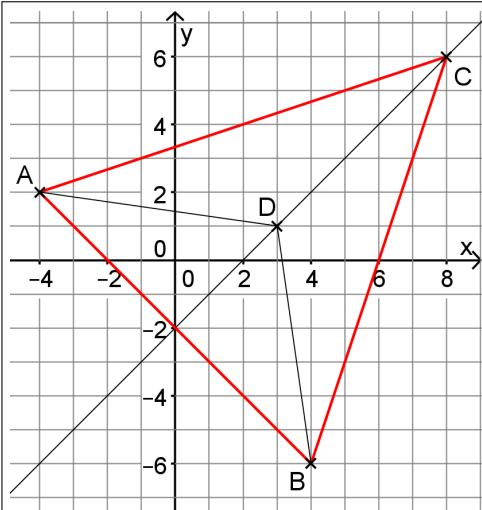
 (a) K , le milieu de $[AC]$

 (b) L , le milieu de $[BD]$.

 3. Que peut-on en déduire à propos du quadrilatère $ABCD$?

 4. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier.

Pour s'exercer : Reprendre l'exercice avec : $A(2; 4)$, $B(-2; 3)$, $C(-3; -1)$, et $D(1; 0)$.




Exercice n° 5: Médiatrices d'un triangle

1. Dans le repère orthonormé ci-contre, lire les coordonnées des points A , B , C , D .
2. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier par le calcul.
3. Démontrer que le point D est équidistant des points A , B , C . Que peut-on en déduire concernant le triangle ABC ?
4. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires.

Pour s'exercer

Reprendre les questions de l'exercice avec :

$$A(-1; -2), B(1; 2), C(-4; 2), \text{ et } D(-1, 5; 0, 75).$$

Exercice n° 6: Cercle de diamètre donné

Dans le repère orthonormé ci-contre, on a placé les points

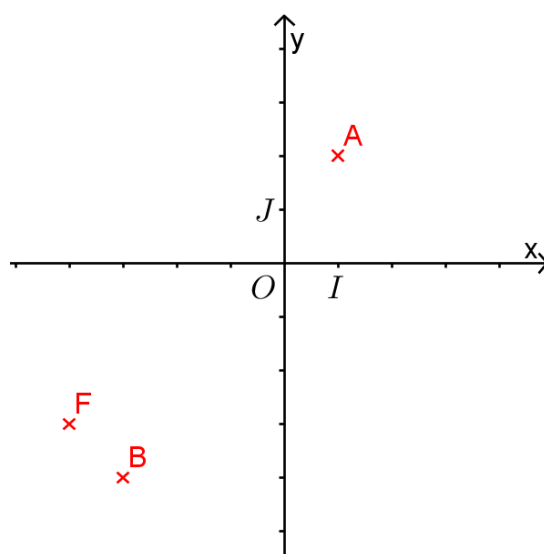
$$A(1; 2) ; B(-3; -4) \text{ et } F(-4; -3).$$

1. Tracer le cercle C de diamètre $[AB]$.
2. Calculer les coordonnées du centre K de C .
3. Démontrer que F appartient à C .
4. Que peut-on dire du triangle ABF ? Justifier.

Question ouverte

Dans un repère orthonormal, on considère les points $A(-3; 3)$, $B(6; -4)$ et $C(3; 5)$.

Montrer que C appartient au cercle de diamètre $[AB]$.



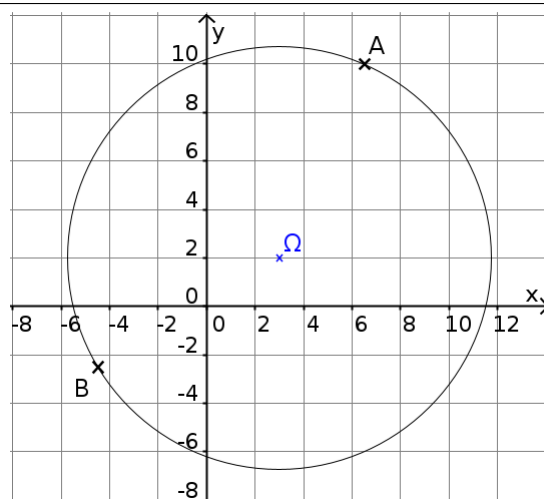
Exercice n° 7: Cercle donné par un rayon

Dans un repère orthonormé (O, I, J) , on considère les points

$$\Omega(3; 2), A(6, 5; 10) \text{ et } B(-4, 5; -2, 5).$$

On se demande si le point B appartient au cercle C de centre Ω passant par A .

- (a) Conjecturer la réponse à l'aide de la figure.
- (b) Valider ou invalider cette conjecture par un calcul.



Exercice n° 8: Aire d'un triangle

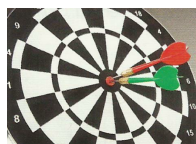
On se place dans un repère orthonormé (O, I, J) (unités graphiques : 1 cm).

1. Construire (O, I, J) et y placer les points $A(-4; 0)$, $B(0; 4)$, et $C(4; -4)$.
2. Déterminer la nature du triangle ABC . Justifier par le calcul.
3. Calculer l'aire de ABC , en cm^2 .
4. En exprimant son aire d'une autre façon, calculer la hauteur issue de B du triangle ABC .

Exercice n° 9: Étude d'un triangle

Dans un repère orthonormal, on considère les points $A(2; 2)$, $B(2; -3)$ et $C(-2; -1)$.

1. Calculer les longueurs des côtés du triangle ABC . En déduire sa nature.
2. Calculer les coordonnées du milieu A' de $[BC]$.
3. Justifier que $[AA']$ est la hauteur issue de A' du triangle ABC . Calculer l'aire du triangle ABC .
4. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AA'}$.
En déduire les coordonnées du point G , image de A par la translation de vecteur $\vec{u}$.
5. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{GA}$, $\overrightarrow{GB}$ et $\overrightarrow{GC}$. En déduire que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.


Exercice n° 10: Cible

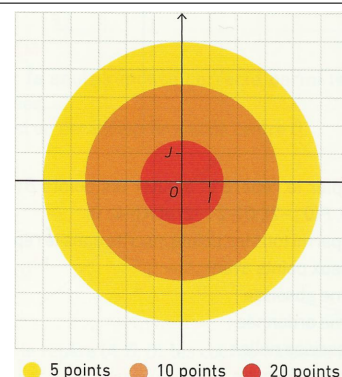
Bob joue aux fléchettes.

La cible est placée dans un repère (O, I, J) .

Cinq fléchettes sont repérées par les points :

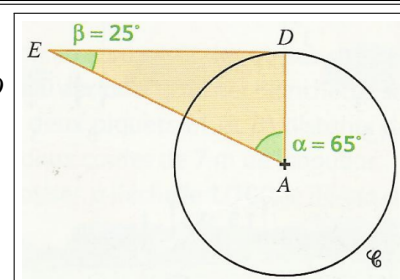
$$A(3; 2) \quad ; \quad B(-2; -1) \quad ; \quad C(1; 2) \quad ; \quad D(1; 5) \quad \text{et} \quad E(-4; 2).$$

Calculer le score obtenu par Bob.


Exercice n° 11: Triangle rectangle et cercle tangent

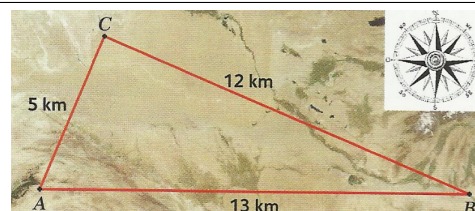
On considère un cercle $\mathcal{C}$ de centre A et de rayon 3 cm. On place un point D sur ce cercle et on construit le triangle ADE comme sur la figure ci-contre.

1. Montrer que (ED) est la tangente au cercle $\mathcal{C}$ en D .
2. Calculer l'aire du triangle ADE .
3. Le centre du cercle circonscrit au triangle ADE appartient-il au cercle $\mathcal{C}$?


Exercice n° 12: Geocaching

Lors d'un jeu de geocaching, trois amis, Alice, Bob et Célia s'envoient leurs coordonnées GPS à l'aide de leur téléphone satellite.

En plaçant les positions sur son appareil, Célia voit les distances qui les séparent.

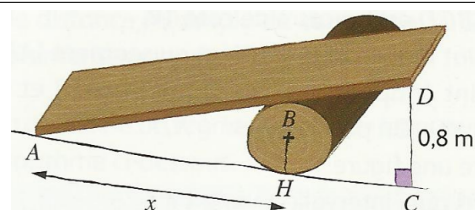


1. Célia a l'impression que sur son écran, le triangle ABC est rectangle. A-t-elle raison ?
2. Les trois amis souhaitent se rejoindre. En quel point doivent-ils se retrouver pour que les trois parcourent la même distance ?
3. Pour retrouver en ce point, quelles directions Célia doit-elle indiquer à Alice et à Bob ?
Quelle distance chacune des amies doit-elle parcourir ?

Exercice n° 13: Théorème de Thalès

On dispose d'un rondin de bois cylindrique de 40 cm de diamètre et d'une planche de 2 m.

On souhaite déterminer la distance AH pour que, posée sur le rondin, l'extrémité de la planche soit élevée de 80 cm par rapport au sol.



1. Construire une vue de côté de la situation.
2. Que représente les droites (AD) et (AC) pour le cercle de centre B et de rayon BH ?
3. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{CAD}$ à $0,1^\circ$ près.
4. Montrer que (AB) est la bissectrice de $\widehat{CAD}$. En déduire une valeur approchée de l'angle $\widehat{HAB}$.
5. Déterminer la distance AH recherchée.