

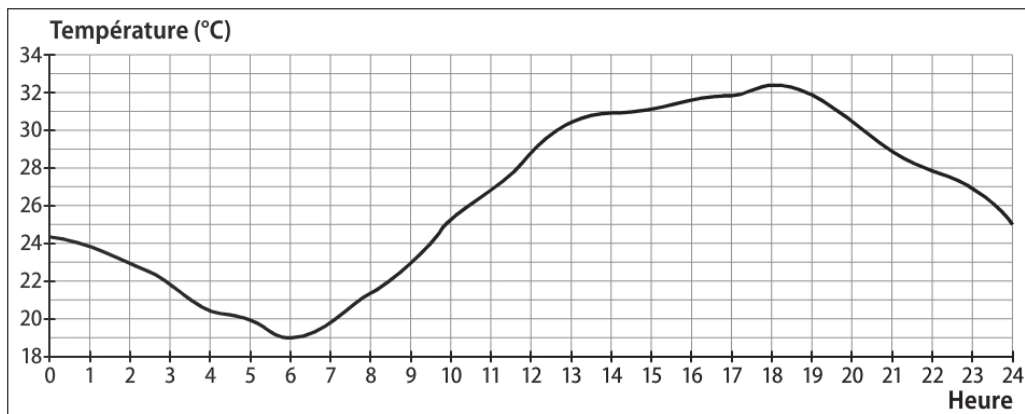
➞ Activités du chapitre III

Fonctions
Introduction : exemples de fonctions
Activité n° 1: Fonction définie par une courbe

Voici le relevé des températures (en °C), le 22 juillet 2017 dans une ville du Rhône.

Partie A : Utilisation du langage usuel

- Quelle était la température à 9 h ?
- À quel(s) moment(s) de la journée a-t-il fait 29°C ?
- Sur quel(s) créneau(x) horaire(s) a-t-il fait :
 (a) moins de 23°C ?
 (b) plus de 23°C ?
 (c) moins de 29°C ?
 (d) plus de 29°C ?



- (a) Quel a été la température maximale durant cette journée ? À quel(s) moment(s) a-t-elle été atteinte ?
 (b) Quel a été la température minimale durant cette journée ? À quel(s) moment(s) a-t-elle été atteinte ?

Partie B : Utilisation du vocabulaire des fonctions

 On note f la fonction qui, à chaque heure x , fait correspondre la température $f(x)$ (en °C).

- Compléter le tableau de valeurs ci-contre de f .
- Déterminer le(s) nombre(s) x tel(s) que $f(x) = 25$.
Interpréter le résultat.
- Déterminer le(s) nombre(s) x tel(s) que : (a) $f(x) \leq 25$ (b) $f(x) < 25$ (c) $f(x) > 25$.
- Reformuler les questions et les réponses de la **partie A** en utilisant x et $f(x)$.
- Dresser le **tableau de variation** de f .

Nombre x	2	9	11	14	23
Image $f(x)$					

Activité n° 2: De l'algorithme à la fonction

 On considère l'algorithme ci-contre, rédigé en *langage naturel*.

- Appliquer cet algorithme au nombre 2.
- Appliquer cet algorithme à un nombre x quelconque pour obtenir une expression de $f(x)$.
- Montrer que : (a) $f(x) = 25x^2 + 20x - 5$ (b) $f(x) = (5x + 5)(5x - 1)$.

```

1> Choisir un nombre
2> Multiplier par 5
3> Ajouter 2
4> Élever au carré
5> Retrancher 9
    
```

Activité n° 3: Fonction définie par une expression

 Pour tout nombre réel x , on pose : $f(x) = (2x - 1)^2 + 3$.

- Calculer $f(0,5)$ puis $f(-3)$.
- À l'aide du menu **TABLE** de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs ci-contre de f .
- À l'aide du menu **GRAPH** de la calculatrice, dresser le tableau de variation de f .
- Calculer $f(5)$ en détaillant les opérations successives comme indiqué ci-dessous :

Nombre x	-2	-1	0	1	2
Image $f(x)$					

$$5 \mapsto 2 \times 5 = \dots \mapsto \dots \mapsto \dots \mapsto f(5) = \dots$$

- Rédiger un algorithme en langage naturel permettant de calculer $f(x)$.

Activité n° 4: Modéliser un lien entre deux grandeurs

On considère un rectangle $ABCD$ dont le périmètre est égal à 8 cm.

1. Des exemples pour comprendre

- (a) Construire trois rectangles, de dimensions différentes, dont le périmètre est égal à 8 cm.
- (b) Si on choisit $AB = 0,1$, combien vaut alors BC ?

2. Modélisation

- (a) On pose $AB = x$. Exprimer BC en fonction de x .
- (b) On note f la fonction qui, à $x = AB$, associe la longueur $f(x) = BC$ pour que le périmètre de $ABCD$ soit égal à 8 cm. Donner l'expression et l'ensemble de définition de f .
- (c) Représenter la fonction f sur la calculatrice puis sur papier (unité graphique : 1 cm).

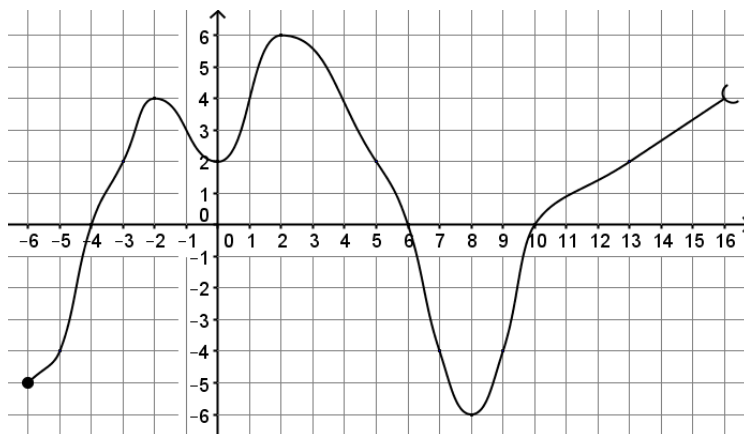
3. Déterminer l'antécédent de 0,5 par f . Interpréter le résultat.

▷ Pour s'exercer : reprendre cet exercice en remplaçant le mot « périmètre » par le mot « aire ».

Méthodes

Exo méthodo n° 1: Lectures graphiques

La fonction f est représentée ci-contre.



1. Quel est l'ensemble de définition de f ?

2. Résoudre les équations suivantes :

- (a) $f(x) = 2$.
- (b) $f(x) = 0$.

3. Résoudre les inéquations suivantes :

- (a) $f(x) \geq -4$.
- (b) $f(x) \leq 0$.
- (c) $f(x) > 4$.

4. Compléter par $\leq$ ou $\geq$: (a) 9 15 et $f(9)$ $f(15)$.

- (b) -5 -2 et $f(-5)$ $f(-2)$.
- (c) 3 7 et $f(3)$ $f(7)$.

5. Synthèse 1 : Variation et extremums de f

(a) **Extremum relatifs.** Compléter en s'inspirant du premier exemple.

- f admet un **maximum relatif** en $x = -2$ qui vaut $f(-2) = 4$.
- f admet un relatif en $x = 0$ qui vaut
- f admet un relatif en $x = 2$ qui vaut
- f admet un relatif en $x = 8$ qui vaut
- f admet un relatif en $x = -6$ qui vaut
- f admet un maximum absolu en $x = \dots$ qui vaut
- f admet un minimum absolu en $x = \dots$ qui vaut

(b) Dresser le tableau de variation de f .

6. Synthèse 2 : Signe de $f(x)$

(a) Donner les solution de :

- $f(x) = 0$
- $f(x) > 0$
- $f(x) < 0$.

(b) Dresser le tableau de signe de f .

▷ **Sur le livre** : exercice corrigé n° 4 page 33, exercices n° 46 à 55 p 46, n° 86, 88 p 52, n° 1 p 133 n° 13 à n° 18 p 141.

Exo méthodo n° 2: Exploiter un tableau de variation

 Voici le tableau de variation d'une fonction g .

x	-5	1	1,5	4	$+\infty$
$g(x)$	-1		-4	0	2

- Sur quel intervalle la fonction g est-elle définie ?
- Dans chaque cas, dire si l'affirmation suivante est vraie.
 - g est croissante sur $[1; 3]$
 - g est croissante sur $[-1; 2]$
 - g est décroissante sur $[-5; 1,5]$
 - g est négative sur $[-5; 1,5]$.
- Comparer, lorsque c'est possible, en justifiant :
 - $g(1)$ et $g(3)$
 - $g(5)$ et $g(7)$
 - $g(0)$ et $g(2)$.
- Dans un repère du plan, construire deux courbes possibles pour g .

► **Pour s'exercer sur le livre** : Exercices 1 à 3 page 59 ; 4 à 6 page 61 ; exercices 26 à 38 page 69.

Exo méthodo n° 3: De l'algorithme à la fonction

 On considère l'algorithme ci-contre, rédigé en *langage naturel*.

1> Choisir un nombre
 2> Ajouter 3
 3> Élever au carré
 4> Soustraire 4

- Appliquer cet algorithme au nombre 2.
- Appliquer cet algorithme à un nombre x quelconque pour obtenir une expression de $f(x)$.
- Montrer que : (a) $f(x) = x^2 + 6x + 5$ (b) $f(x) = (x+1)(x+5)$.
- Résoudre les équations suivantes : (a) $f(x) = 0$ (b) $f(x) = 5$.

► **S'exercer sur le livre** : exercices n° 30 et 31 page 44, n° 40 page 45, n° 85 page 52, n° 91 à 93 page 53.

Exo méthodo n° 4: Fonction définie par une expression

 Pour tout nombre x , on pose : $f(x) = (2x-1)^2 + 3$.

- Utiliser la calculatrice pour répondre aux questions suivantes :

(a) Compléter le tableau de valeur ci-contre :

x	-1	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$								

 (b) Afficher la courbe complète de f .

 (c) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

 (d) Résoudre l'équation $f(x) = -5$.

- Calculer $f(5)$ en détaillant les opérations successives comme indiqué ci-dessous :

$$5 \mapsto 2 \times 5 = \dots \mapsto \dots \mapsto \dots \mapsto f(5) = \dots$$

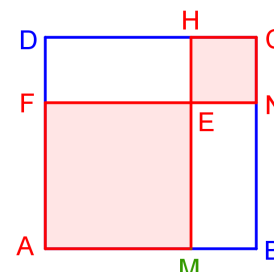
- Rédiger un algorithme en langage naturel permettant de calculer $f(x)$.

► **S'exercer sur le livre** : exercice corrigé n° 3 page 33, exercices n° 33 à 38 page 44, n° 89 page 52.

Exo méthodo n° 5: Traduire un lien par une fonction

$ABCD$ est un carré de côté 4 cm. Pour tout point M du segment $[AB]$ on construit les carrés $AMEF$ et $CHEN$.

- Calculer l'aire de la partie colorée lorsque $AM = 1,5$.
- M est désormais un point quelconque de segment $[AB]$.
On pose $x = AM$ et on note $\mathcal{A}(x)$ l'aire de la partie colorée.
 - Exprimer $\mathcal{A}(x)$ en fonction de x (s'inspirer de la question 1).
 - Quel est l'ensemble de définition de la fonction $\mathcal{A}$.
- Tracer la courbe de la fonction f sur la calculatrice et l'utiliser pour répondre à la question suivante :
Peut-on placer M pour que l'aire de la partie colorée soit égale à 11 cm^2 ?

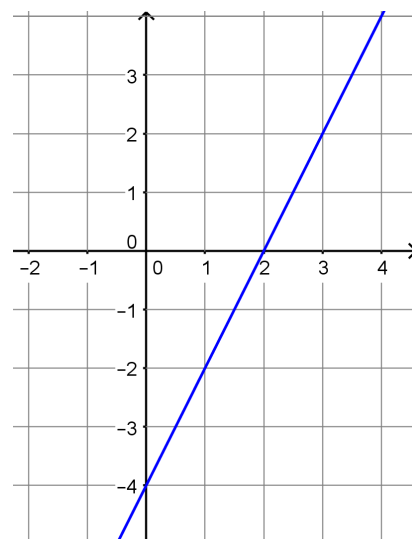


► **S'exercer sur le livre** : exercice corrigé n° 1 p33, exercices n° 58, 61, 62 page 48, n° 90 page 53, travail perso page 50.

Exercices

Exercice n° 1: Fonctions affines

On a tracé dans le repère ci-contre la courbe représentative $\mathcal{D}$ de la **fonction affine** f définie par : $f(x) = 2x - 4$.



1. Répondre aux questions suivantes par lecture graphique, puis par le calcul.

- (a) Le point de coordonnées $(3; 2)$ appartient-il à $\mathcal{D}$?
- (b) Quel est le point d'abscisse 1 de $\mathcal{D}$?
- (c) Quel est le point d'ordonnée -2 de $\mathcal{D}$?
- (d) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $\mathcal{D}$ avec l'axe des ordonnées.
- (e) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de $\mathcal{D}$ avec l'axe des abscisses.

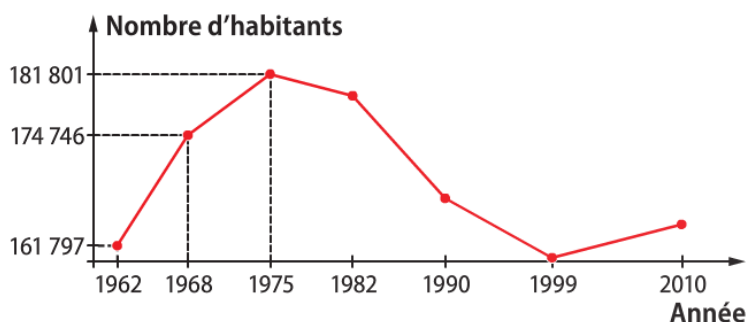
2. Décrire le sens de variation de f .

3. On considère maintenant la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = -3x + 1$.

- (a) Calculer $g(0)$ et $g(1)$; puis tracer la courbe représentative de g dans le repère.
- (b) Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$, par lecture graphique, puis par le calcul.

Exercice n° 2: La démographie de Toulon

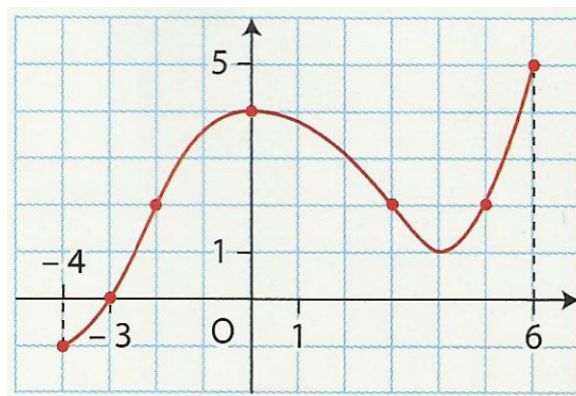
Un graphique de l'évolution démographique de la ville de Toulon entre 1962 et 2010 est donné ci-contre.



1.
 - (a) Quel était le nombre d'habitants à Toulon en 1968 ?
 - (b) Pendant quelle(s) période(s) la population de Toulon :
 - a-t-elle augmenté ?
 - a-t-elle diminué ?
 - (c) Sur quelle(s) période(s) la population toulonnaise était d'au plus 170 000 habitants ?
2. On note $f(x)$ le nombre d'habitants à l'instant x (x en année, $x \in [1962; 2010]$).
 - (a) Donner les valeurs de : $f(1962)$; $f(1968)$; $f(1975)$.
 - (b) Dresser le tableau de variation de la fonction f .

Exercice n° 3: Exploiter la courbe d'une fonction

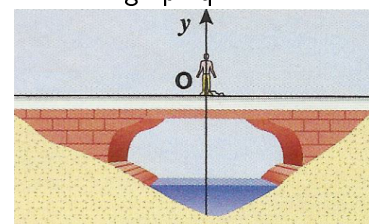
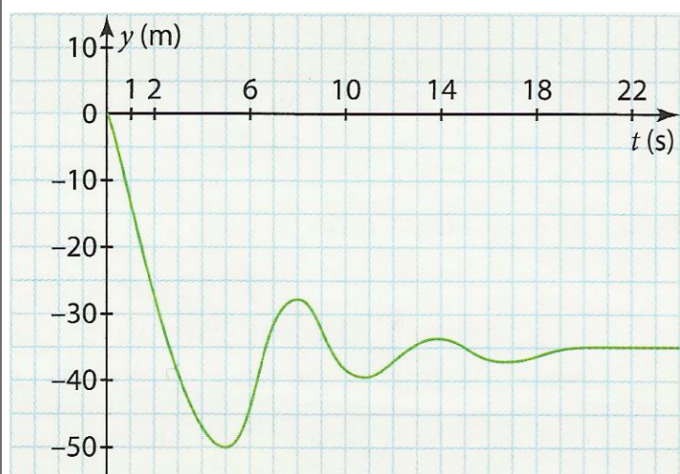
On donne ci-contre la courbe d'une fonction f .



1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Déterminer l'image de 4 ; l'image de 0.
3. Résoudre les équations suivantes :
 - (a) $f(x) = 2$. (b) $f(x) = 0$. (c) $f(x) = 6$.
4. Résoudre les inéquations suivantes :
 - (a) $f(x) \geq 2$. (b) $f(x) \leq 0$. (c) $f(x) > 4$.
5. Dresser le tableau de variation de f .
6. Dresser le tableau de signe de f .

Exercice n°4: Tableau de données et graphiques

Lors d'un saut à l'élastique depuis le milieu O d'un pont, on a enregistré la position du sauteur (en mètres) par rapport à O sur l'axe vertical (Oy). À l'aide de ces données, on a créé le tableau et le graphique ci-dessous.



1. Quelle est la position du saut au bout de 2 s ?
2. Compléter le tableau ci-dessous.

t (en s)	2	3		8	22
y (en m)	-28	-37	-50	-28	

3. Combien de fois le sauteur est-il passé à la position $y = -42$ (en m) ? À quel(s) instant(s) ?

4. Peut-on considérer une fonction g qui à y (en m) associe un instant t (en s) ?

5. On considère la fonction f qui à un instant t (en s) associe y (en m).

(a) Déterminer l'image de 15 par f .

(b) Déterminer les antécédents de -40 par f .

Exercice n°5: Exploiter un tableau de variation

Voici le tableau de variation d'une fonction f .

x	-5	-3	0	2
$f(x)$	-2	1	-4	7

1. Sur quel intervalle la fonction f est-elle définie ?

3. Comparer, lorsque c'est possible, en justifiant :

(a) $f(1)$ et $f(3)$ (b) $f(-1)$ et $f(-2)$ (c) $f(-1)$ et $f(2)$.

4. Combien l'équation $f(x) = 0$ a-t-elle de solutions ?

5. Dans un repère du plan, construire une courbe possible pour f .

Exercice n°6: Exploiter un tableau de valeurs

La fonction g est définie sur $[-1; 6]$.

On connaît seulement le tableau de valeurs ci-contre :

x	-1	1,5	2	3,25	4,1
$g(x)$	3	5	1	5	3

1. Quelle est l'image de 2 par g ?

2. Est-il vrai que 3 a deux images ?

3. Est-il vrai que 5 a au moins deux antécédents ?

4. Est-il vrai que 0 n'a pas d'image par g ?

5. Est-il vrai que 4 n'a pas d'antécédent par g ?

6. Dans un repère orthonormal, représenter le **nuage de points** correspondant à ce tableau.

7. Proposer plusieurs courbes possibles pour g .

▷ **S'exercer sur le livre** : exercice corrigé n°2 page 33, exercice n°29 page 44.

Exercice n°7: Algorithme avec valeur interdite

On considère l'algorithme ci-contre, rédigé en langage naturel.

1. Appliquer cet algorithme au nombre 7.

2. Peut-on appliquer cet algorithme au nombre 3 ?

3. Appliquer cet algorithme à un nombre x différent de 3.

Sur quel ensemble la fonction associée est-elle définie ?

- 1> Choisir un nombre
- 2> Retrancher 3
- 3> Prendre l'inverse
- 4> Multiplier par 2
- 5> Prendre l'opposé
- 6> Ajouter 5

Exercice n° 8: Algorithme avec condition

On considère l'algorithme ci-contre, rédigé en langage naturel.

1. Appliquer cet algorithme au nombre 3.
2. Appliquer cet algorithme au nombre 1.
3. Tracer la courbe de la fonction ainsi définie dans un repère du plan. On pourra s'aider du menu **GRAPH** de la calculatrice.
4. Résoudre l'équation $f(x) = 8$.

```

1> Choisir un nombre
2> Si  $x \geq 2$  faire
3>     Multiplier par 2
4>     Retrancher 4
5> Sinon
6>     Multiplier par  $-2$ 
7>     Ajouter 4
8> Fin Si
    
```

Exercice n° 9: Étude d'une fonction du second degré

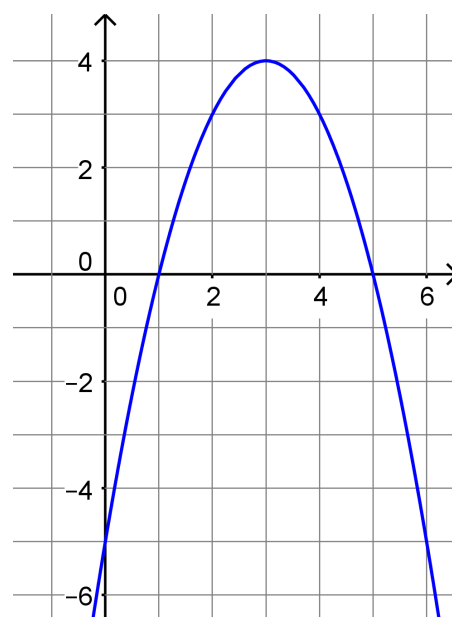
On a représenté ci-contre la courbe d'une fonction f , définie sur $\mathbb{R}$.

1. Lectures graphiques

- (a) Déterminer les réels x tels que $f(x) = -5$.
- (b) Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
- (c) Déterminer les réels x tels que $f(x) > 3$.
- (d) Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 0$.
- (e) Dresser le tableau de variation de f .

2. Calcul algébrique. On admet que : $f(x) = 4 - (x - 3)^3$.

- (a) Développer $f(x)$. (b) Factoriser $f(x)$.
- (b) En déduire la résolution de l'équation $f(x) = 0$ par le calcul.
- (c) Factoriser l'expression $f(x) + 5$.
- (d) En déduire la résolution de l'équation $f(x) = -5$ par le calcul.


Exercice n° 10: Intervalles et inégalités

Compléter le tableau comme indiqué sur l'exemple de la première ligne :

Intervalle	Inégalités	Représentation graphique
$[2; 5]$	$2 \leq x \leq 5$	$\begin{array}{c} 2 \text{---} \text{---} \text{---} 5 \\ \text{---} \end{array}$
	$-1 < x \leq 4$	
$[-2; 3[$		
	$-3 < x < 8$	
$[6; +\infty[$		
	$x < 10$	