⤳ Activités du chapitre 2

Vecteurs

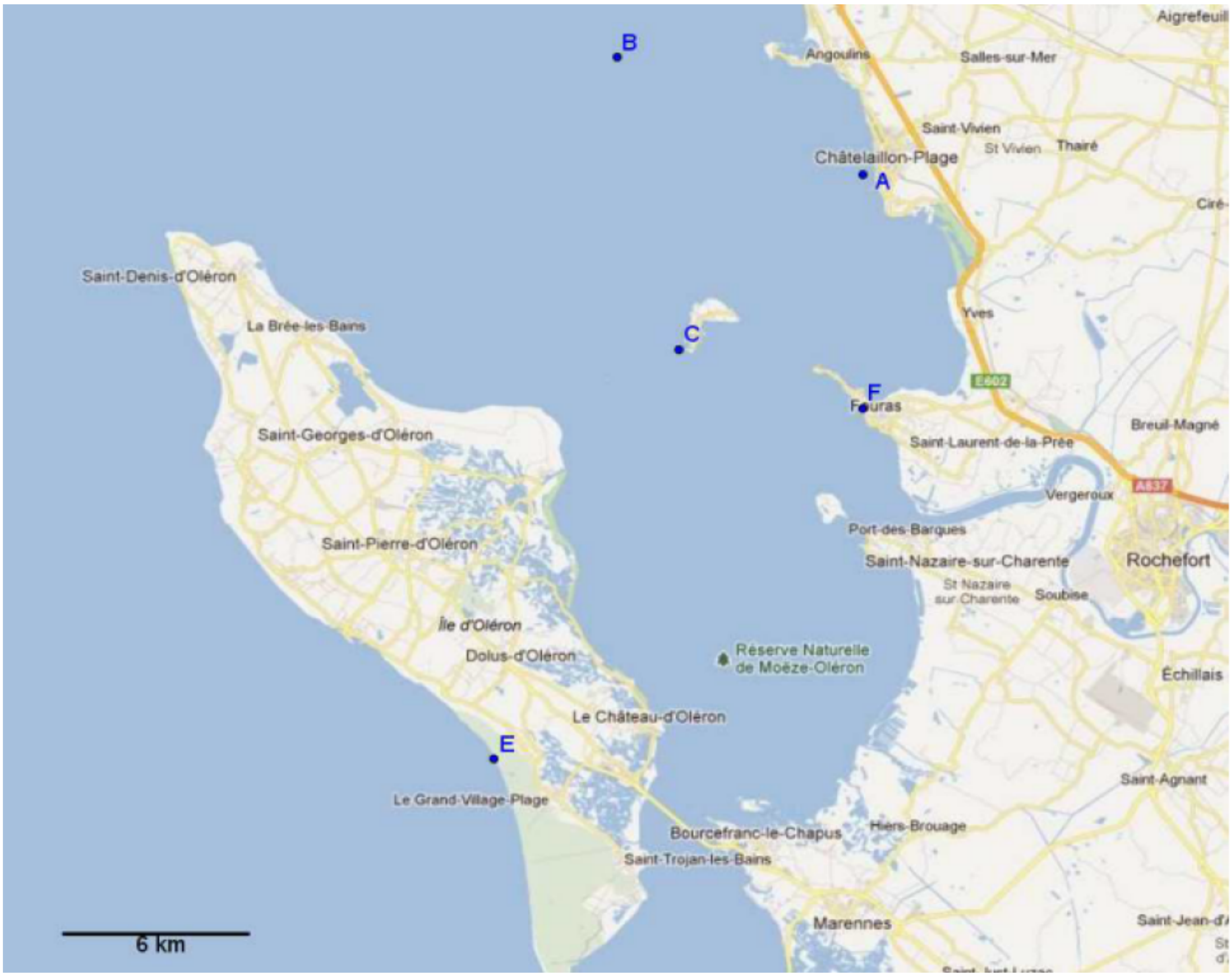
Partie I : Règles géométriques

Activité n° 1: Bouteilles à la mer

On a jeté une bouteille à la mer depuis un point A situé à Châtelaillon-Plage (Charente-Maritime).
Le vent qui souffle depuis l'Est-Sud-Est l'a fait dériver en une heure jusqu'au point B.

Au même moment, on a lâché une seconde bouteille depuis le point C situé sur l'Île d'Aix.

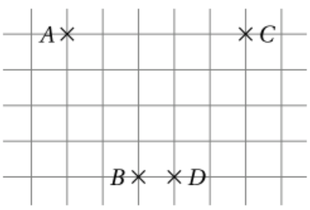
1. (a) Construire le point D où se situera la seconde bouteille une heure plus tard, en supposant qu'elle a dérivé dans les mêmes conditions que la première.
   (b) Quelle est la nature du ***quadrilatère*** $ABDC$? Que peut-on dire des segments $[AD]$ et $[BC]$?
2. Construire l'image du point E par la ***translation*** de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. On suppose, qu'en plus du vent, le courant emporte nos bouteilles vers le Sud à raison de 6 km par heure.
   Construire précisément :
   (a) le point où va s'échouer la bouteille lancée depuis le point A une heure plus tard ;
   (b) le point où va s'échouer la bouteille lancée depuis le point F une heure plus tard.
   (c) le point où va s'échouer la bouteille lancée depuis le point E deux heures plus tard.

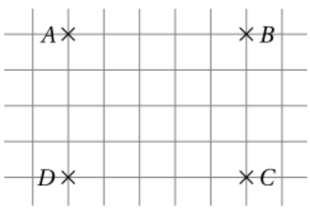


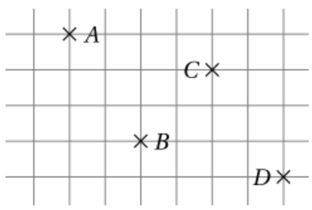
Exercice n° 1.

Reconnaître des vecteurs égaux

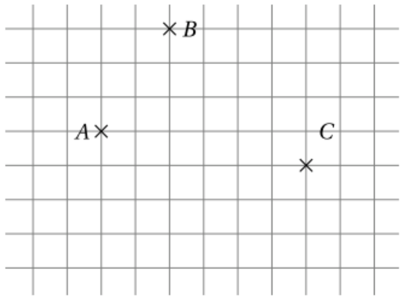
Dans chaque cas, dire si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux en justifiant.







Exo méthodo n° 1: Construire un translaté



1. Sur la figure ci-contre, construire :

- **(a)** le point D, image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$;
- **(b)** le point E tel que $\overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AB}$;
- **(c)** le point F, image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$.

2. **(a)** Justifier que le quadrilatère $EADC$ est un parallélogramme.

- **(b)** Même question avec $EACF$.

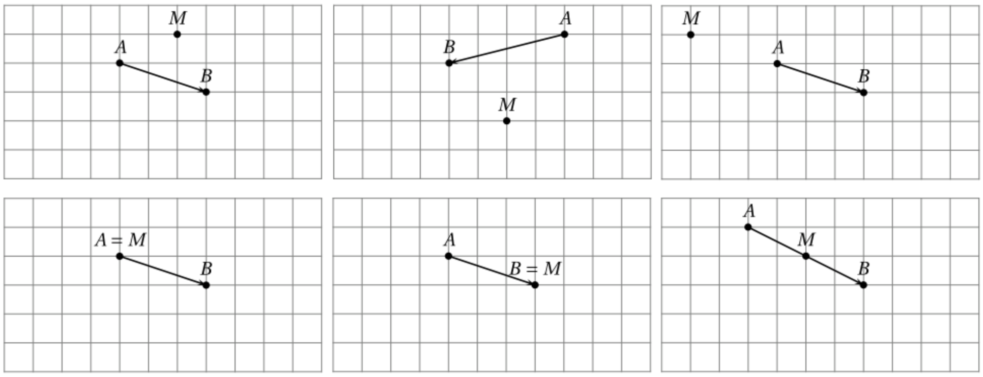
Exercice n° 2.

Chaque carré de la figure a pour côté 1.

Dans chaque cas, construire :

(a) l'image de M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$;

(b) le vecteur d'origine B, vertical, vers le bas et de norme 3.



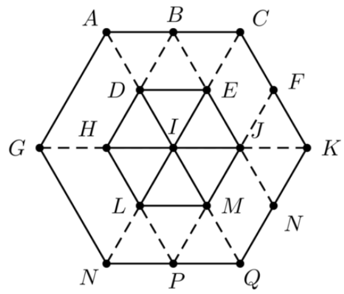
Exercice n° 3.

1. Sur la figure ci-contre, trouver :

- **(a)** l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{EJ}$;
- **(b)** l'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{DJ}$;
- **(c)** l'image de H par la translation de vecteur $\overrightarrow{JP}$.

2. Donner la ou les bonnes possibilités : Le vecteur $\overrightarrow{AE}$ est égal au vecteur...

(a) $\overrightarrow{GH}$	**(c)** $\overrightarrow{HM}$
(b) $\overrightarrow{QM}$	**(d)** $\overrightarrow{AI}$.

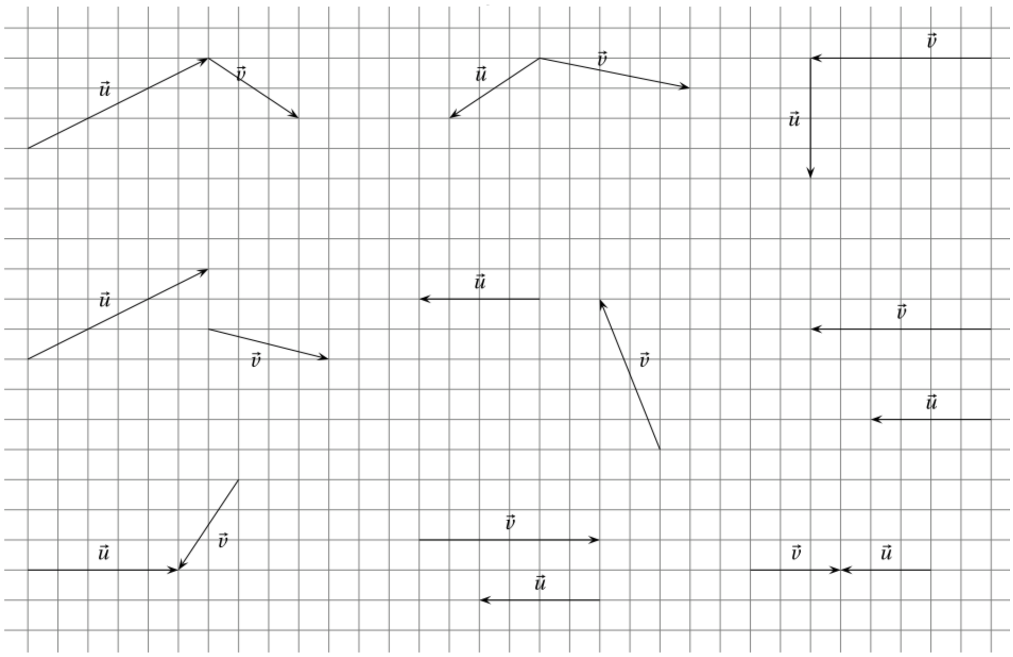


Exercice n° 4.

Addition de vecteurs

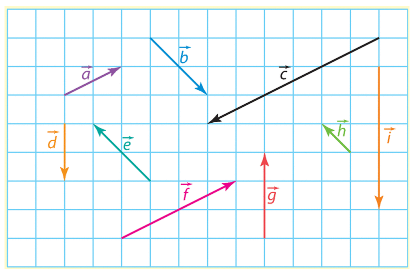
Dans chaque cas, construire :

- le vecteur $\vec{w}$ tel que
  $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$;
- le vecteur $\vec{z}$ tel que
  $\vec{z} = \vec{u} - \vec{v}$.



Exercice n° 5: Multiplication d'un vecteur par un réel

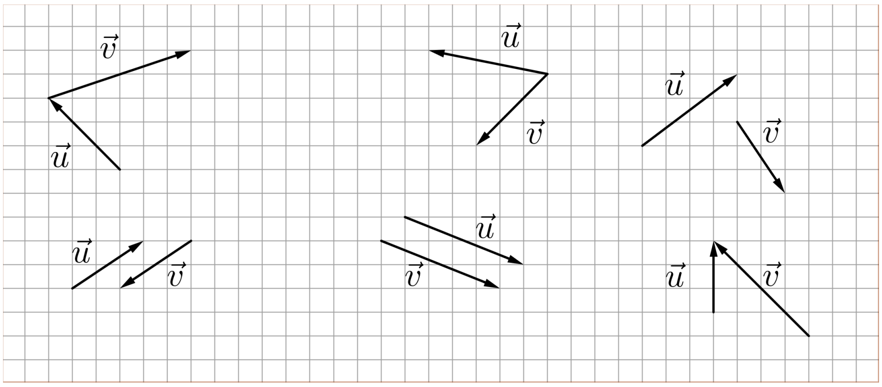
Recopier et compléter les égalités suivantes avec le nombre réel manquant.



• $\vec{c} = \dots\vec{a}$	• $\vec{b} = \dots\vec{h}$	• $\vec{d} = \dots\vec{i}$
• $\vec{a} = \dots\vec{c}$	• $\vec{d} = \dots\vec{g}$	
• $\vec{b} = \dots\vec{e}$	• $\vec{i} = \dots\vec{g}$	• $\vec{f} = \dots\vec{c}$.

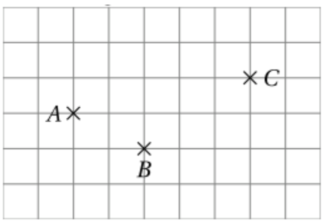
Exo méthodo n° 2: Construire l'addition de deux vecteurs

1. Dans chaque cas, construire le vecteur $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ (en bleu).
2. Faire de même pour $\vec{s} = \vec{u} - \vec{v}$ (en rouge).

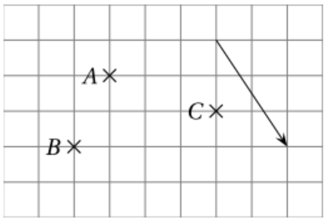


Exercice n° 6: Avec des points

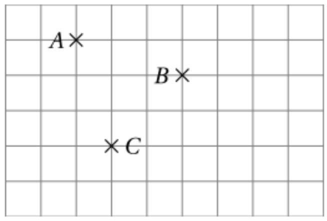
- Construire un vecteur égal à $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.
- Construire un vecteur égal à $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC}$.
- Calculer $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$.



- Le vecteur construit est-il égal à $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$?
- Construire un vecteur égal à $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.



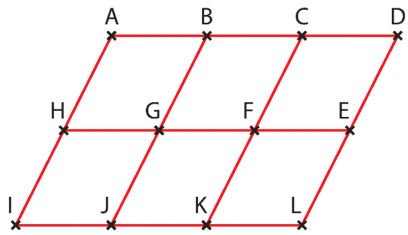
- Construire un vecteur égal à $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
- Construire un vecteur égal à $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.



Exercice n° 7.

La figure ci-contre représente six parallélogrammes isométriques.
En utilisant les points de la figure, donner un vecteur égal à :

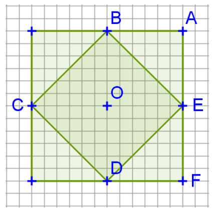
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GF} + \overrightarrow{KL}$
- $\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HF}$
- $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GF}$
- $\overrightarrow{KI} + \overrightarrow{BD}$
- $\overrightarrow{EC} - \overrightarrow{CB}$
- $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{HA}$



Exo méthodo n° 3: Construire l'addition de deux représentants de vecteurs

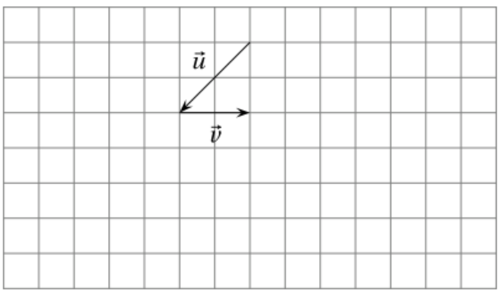
En utilisant les points de la figure suivante, donner un représentant de chacun des vecteurs suivants :

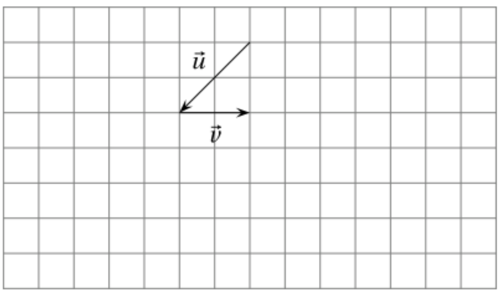
$\vec{u} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FE}$; $\vec{v} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DE}$; $\vec{w} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{CB}$;
$\vec{r} = \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{OA}$; $\vec{s} = \overrightarrow{BO} - \overrightarrow{EA}$.



Exercice n° 8: Règle de calcul

- **Sur la figure de gauche :** construire les vecteurs $2v$, $\vec{u} + 2\vec{v}$ puis $3(\vec{u} + 2\vec{v})$.
- **Sur la figure de droite :** construire les vecteurs $3\vec{u}$, $6\vec{v}$ puis $3\vec{u} + 6\vec{v}$.





Exercice n° 9: Relation de Chasles

Simplifier au maximum les expressions suivantes : $\vec{r} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA}$;
$\vec{v} = \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AK}$; $\vec{u} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AB}$; $\vec{w} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{KM} - \overrightarrow{ON}$.

Partie II : Vecteurs dans un repère

Activité n° 2: Coordonnées d'un vecteur

On reprend le contexte de l'**activité n° 1** et on se place dans un repère (voir carte ci-dessous).

La dérive des bouteilles liée au vent en une heure est représentée par le vecteur $\overrightarrow{V}$.

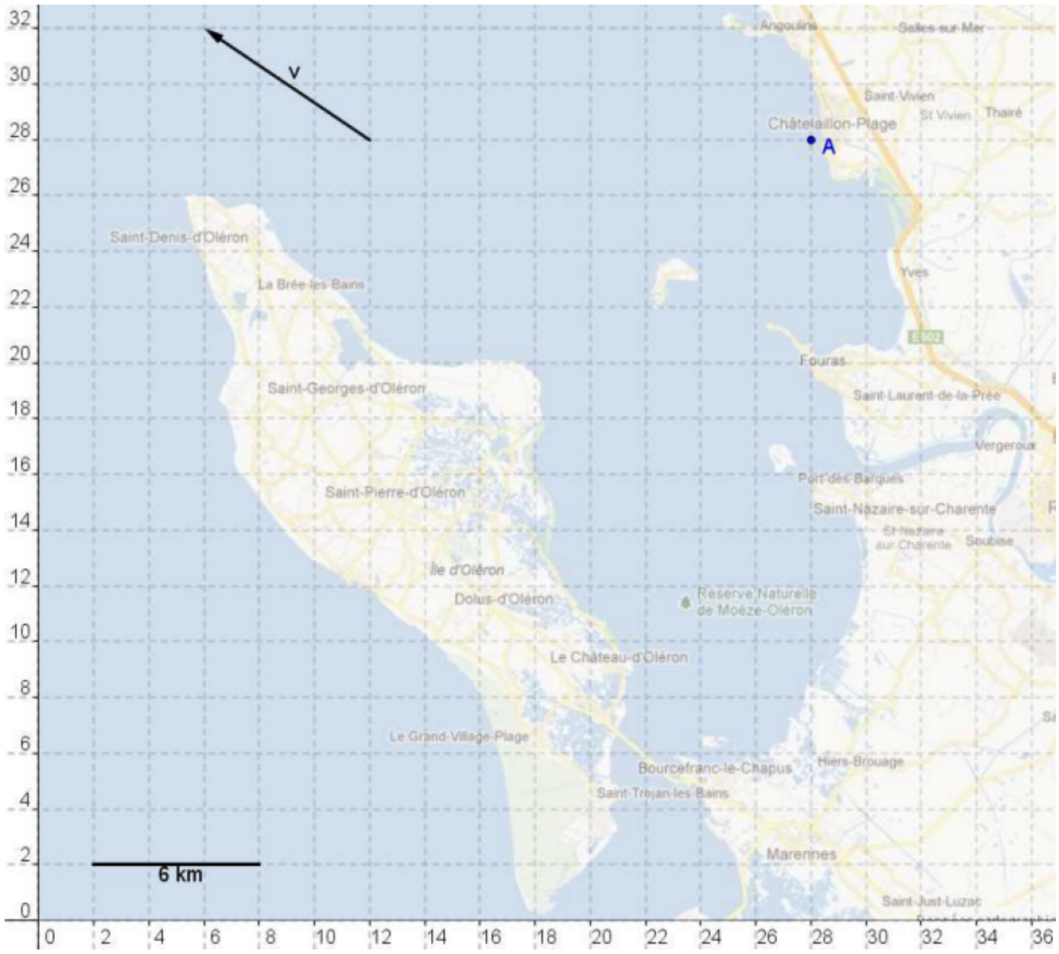
1. **(a)** Quelles sont les ***coordonnées*** du vecteur $\overrightarrow{V}$?

   (b) Construire le point B, image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{V}$.

2. **(a)** Représenter sur la figure le vecteur $\overrightarrow{U}$ qui représente la dérive d'une bouteille liée au courant en une heure.

   Quelles sont les coordonnées de $\overrightarrow{U}$?

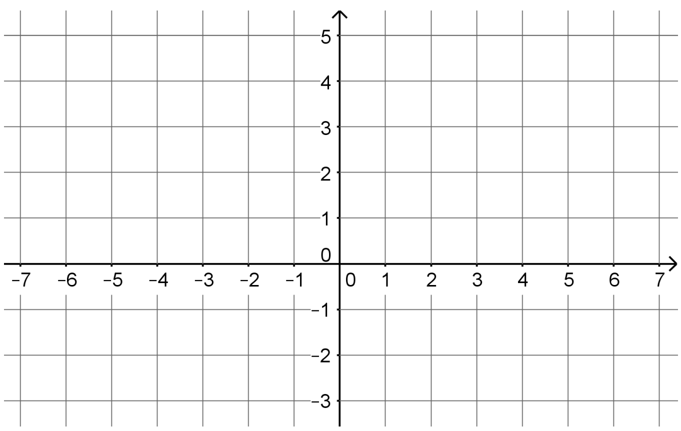
   (b) Construire le point C, image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{U}$ puis construire le vecteur $\overrightarrow{AC}$.



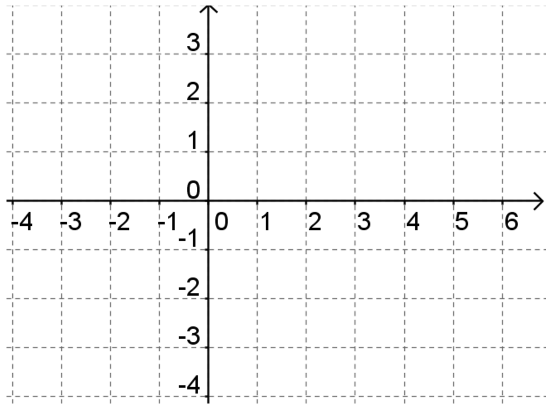
3. Une autre bouteille se trouve initialement au point D de coordonnées $(26;22)$. Où va-t-elle se retrouver ?
4. Un autre jour, une bouteille aperçue au point E de coordonnées $(22;6)$ se retrouve plus tard au point F de coordonnées $(26;14)$. Quelles sont les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{EF}$?

Exo méthodo n° 4: Mettre en relation représentation et coordonnées d'un vecteur

1. Dans le repère ci-contre, placer les points $A(-5;4)$, $B(0;3)$, $C(5;0)$ et $D(-1;-3)$.
2. Lire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.
3. Représenter le vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $\binom{-6}{-3}$.
4. Construire le point F, image de B par la translation de vecteur $\vec{u}$.
5. Construire le point E tel que $\overrightarrow{DE}\binom{1}{5}$.
6. Lire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{EC}$.
   Que peut-on en déduire ?
7. Conjecturer la nature du quadrilatère $BFDC$.
   Démontrer la conjecture.

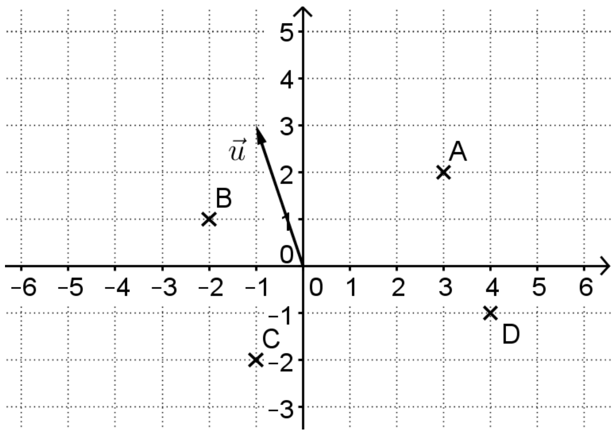


Exercice n° 10.



1. Dans le repère (O, I, J) ci-contre, placer les points
$$A(-2;-3)\ ,\quad B(-1;1)\ ,\quad C(4;-2)\ ,\quad D(5;2).$$
2. Lire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.
Que peut-on en déduire concernant :
(a) le quadrilatère $ABDC$; **(b)** les segments $[AD]$ et $[BC]$?
3. On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$. Construire :
(a) le point F, image de A par la translation de vecteur $\vec{u}$;
(b) le point G tel que $\overrightarrow{AG} = \vec{v}$.

Exercice n° 11.



Dans le repère ci-contre, on a placé quatre points A, B, C, D et tracé un vecteur $\vec{u}$.
1. Par lecture graphique, déterminer, les coordonnées des vecteurs $\vec{u}$, $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.
Que peut-on en déduire concernant le quadrilatère $ABCD$?
2. Obtenir la même propriété par le calcul.

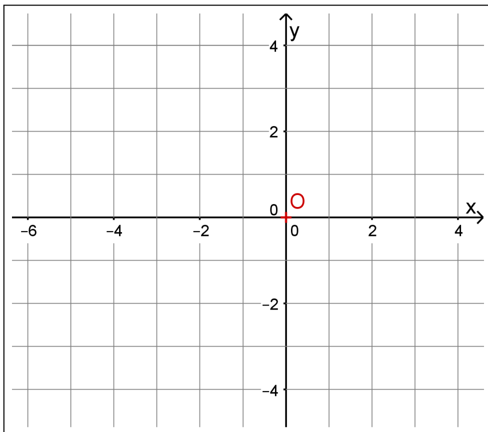
Exercice n° 12.

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). Dans chaque cas, dire si le parallélogramme $ABCD$ est un parallélogramme.
(a) $A(-2;1)$, $B(3;5)$, $C(6;-2)$ et $D(1;-3)$. **(b)** $A(-2;1)$, $B(3;2)$, $C(6;-2)$ et $D(1;-3)$.

Exo méthodo n° 5: Calculs de coordonnées

1. Dans un repère (O, I, J), on considère les vecteurs
$$\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \quad\text{et}\quad \vec{v}\begin{pmatrix}-1\\4\end{pmatrix}.$$
Calculer les coordonnées des vecteurs suivants :
$$\vec{w} = 5\vec{u} - 3\vec{v} \quad\text{et}\quad \vec{w}' = 0{,}5\vec{u} + 2{,}5\vec{v}.$$
2. On considère maintenant les points
$$A(-5;2)\quad ;\quad B(-6;3)\quad ;\quad C(3;8).$$
(a) Calculer les coordonnées des points suivants :
- A', l'image de A par la translation de vecteur $\vec{u}$.
- B', l'image de B par la translation de vecteur $\vec{v}$.

(b) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
En déduire les coordonnées des vecteurs
$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \quad\text{et}\quad 2\overrightarrow{AC}.$$
(c) Calculer les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AC}$.
(d) Calculer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.



Exercice n° 13.

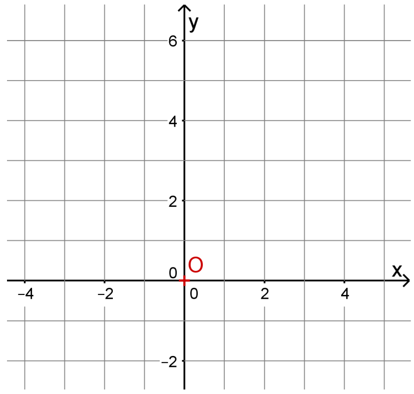
1. Dans le repère (O, I, J) ci-contre, placer les points suivants :
$A(2;-2)$, $B(3;3)$, $C(-5;-1)$ et $D(-2;-4)$.
2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{CB}$.
Que peut-on en déduire concernant le quadrilatère $ABCD$?
3. **(a)** Calculer les coordonnées du point E, image de C par la translation de vecteur $\vec{u}\binom{4}{2}$.
(b) Démontrer que le quadrilatère $ABED$ est un parallélogramme.
4. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OE}$.
Que peut-on en déduire ?

Exercice n° 14.

1. Dans un repère (O,I,J), on considère les points $A(-3;7)$, $B(3;1)$, $C(8;-1)$ et $D(0;4)$.
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$; puis celles du vecteur $\vec{v}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{DA}$.
3. Montrer que $\vec{u}+\vec{v}=\vec{0}$.

Exercice n° 15.

1. Dans le repère (O,I,J) ci-contre, placer les points $B(2;1)$, $C(-2;3)$, $E(-3;-2)$ et $F(1;5)$.
2. Prouver que $\overrightarrow{OE}=\overrightarrow{FC}$. Que peut-on dire du quadrilatère $OECF$?
3. Calculer les coordonnées du point D tel que $OBCD$ soit un parallélogramme.
4. Montrer que les segments $[EF]$ et $[BD]$ ont le même milieu.



Exercice n° 16.
Dans un repère, on considère les points $A(4;-1)$, $B(1;1)$ et $C(-1;2)$.

1. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.

Exercice n° 17.

Dans un repère (O,I,J), on considère les points $E(-3;2)$, $F(1;-2)$ et $G(-1;-5)$.
Déterminer les coordonnées du point H pour que $EFGH$ soit un parallélogramme.

Exercice n° 18.

Dans un repère (O,I,J), on considère les points $B(-4;2)$, $C(0;3)$ et $D(1;-5)$.
Calculer les coordonnées du point E défini par $\overrightarrow{BE}=3\overrightarrow{BC}-5\overrightarrow{CD}$.

Exercice n° 19.

Dans un repère (O,I,J), on considère le point $A(-5;-2)$ et les vecteurs $\vec{u}\binom{3}{-2}$ et $\vec{v}\binom{-6}{4}$.

1. Calculer les coordonnées du point M définie par l'égalité vectorielle $\overrightarrow{AM}=\vec{u}+\vec{v}$.
2. Calculer les coordonnées de N défini par $\overrightarrow{AN}=\vec{u}-\vec{v}$.

Exercice n° 20.

1. Dans un repère du plan, placer les points $A(-4;1)$, $B(2;-2)$, $C(5;-1)$ et $D(-1;2)$.
2. Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.
3. Calculer les coordonnées des points suivants : E tel que $\overrightarrow{AE}=0{,}4\overrightarrow{AB}$; F tel que $\overrightarrow{DF}=0{,}6\overrightarrow{DC}$.
4. Montrer que les segments $[EF]$ et $[BD]$ ont le même milieu.

Exercice n° 21.

1. Dans le repère (O,I,J), placer les points $A(-2;1)$, $B(2;-3)$ et $C(2;2)$.
2. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$. Calculer les coordonnées de D.
3. Construire le point E tel que $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$. Calculer les coordonnées de E.
4. (a) Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{u}=2\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

   (b) Construire le point F tel que $\overrightarrow{AF}=\vec{u}$.
5. Construire le point G tel que $\overrightarrow{GA}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{CA}$.