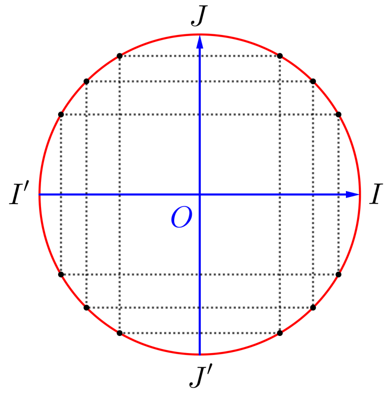
Activités d'introduction du chapitre 2
Introduction aux fonctions sinus et cosinus

Activité n° 1: Étude des fonctions cosinus et sinus

Préliminaire (rappels)



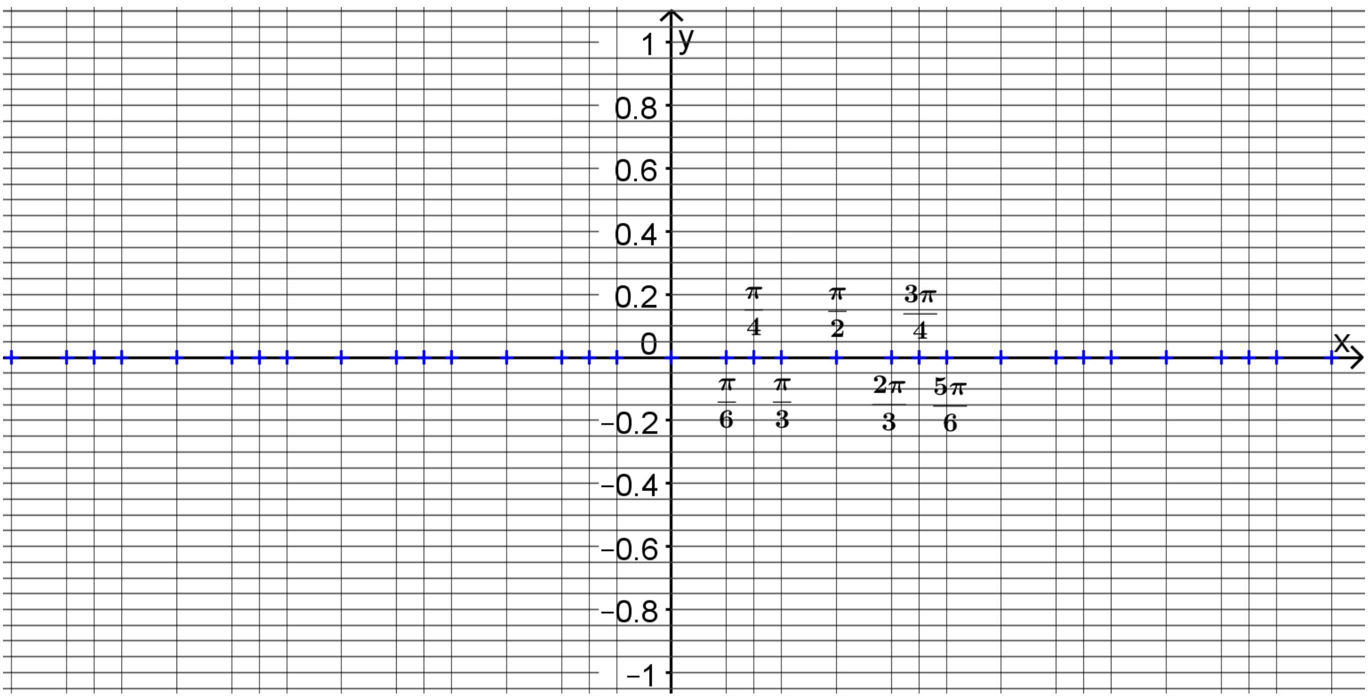
1. Sur le cercle trigonométrique ci-contre, placer les réels de $]-\pi;\pi]$ associés aux 16 points marqués.
2. Compléter le tableau de valeurs suivant :

réel x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\cos(x)$									
arrondi à $0,1$ près.									
$\sin(x)$									
arrondi à $0,1$ près.									

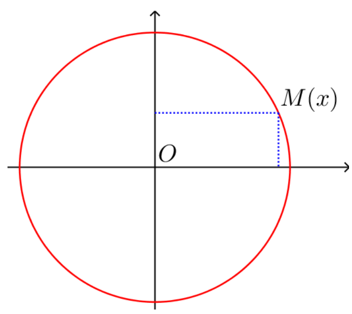
Partie I : La fonction cosinus

Comme on sait maintenant définir le cosinus n'importe quel nombre réel, on peut considérer la fonction cosinus, définie sur $\mathbb{R}$: $\cos : x \longmapsto \cos(x)$. On souhaite construire l'allure de sa courbe « point par point » en utilisant les propriétés du cercle trigonométrique.

1. Utiliser le tableau de valeurs précédent pour placer, dans le repère ci-dessous, 9 points de la courbe de la fonction cosinus (en bleu). Construire l'allure de cette courbe de sur $[0;\pi]$.



2. <u>Parité de la fonction cosinus</u>

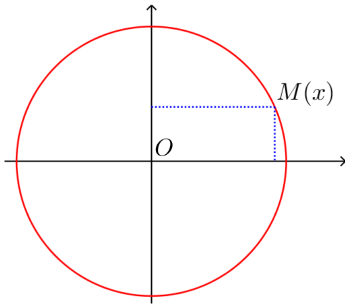


Sur le cercle trigonométrique ci-contre, on a placé le point M, image d'un certain nombre réel x par enroulement.

(a) Placer sur le cercle le point image N de $-x$.
(b) En utilisant la figure, exprimer $\cos(-x)$ en fonction de $\cos(x)$.
(c) Utiliser cette relation pour construire l'allure de la courbe de $\cos$ sur $[-\pi;0]$ dans le repère précédent.
(d) Quelle symétrie la courbe de $\cos$ possède-t-elle ?

Suite de l'activité n° 1.

2. Période de la fonction cosinus



Sur le cercle trigonométrique ci-contre, on a placé le point M, image d'un certain réel x par enroulement.

   (a) Quel est le point image de $x + 2\pi$?
   (b) En utilisant la figure, exprimer $\cos(x + 2\pi)$ en fonction de $\cos(x)$.
   (c) Utiliser cette relation pour construire l'allure de la courbe de cos sur $[-2\pi; 2\pi]$.
   (d) Quelle propriété la courbe de cos possède-t-elle ?

3. Lectures graphiques

   (a) Dresser le tableau de variation de la fonction cos sur $[0; \pi]$.
   (b) Dresser le tableau de signe de la fonction cos sur $[0; \pi]$.

Partie II : La fonction sinus

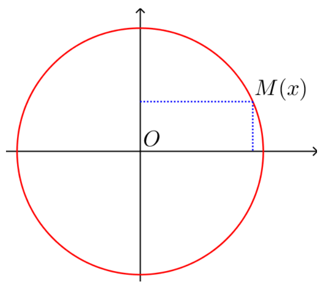
On définit la fonction sinus sur $\mathbb{R}$ par : $\sin : x \longmapsto \sin(x)$.

1. Adapter la démarche des questions **1** à **3** de la **partie I** pour construire l'allure de la courbe de la fonction sinus sur $[-2\pi; 2\pi]$ (en vert, dans le repère de la page 1). *On détaillera la démarche.*
2. Par lectures graphiques :
   (a) dresser le tableau de variation de la fonction sin sur $[0; \pi]$;
   (b) dresser le tableau de signe de la fonction sin sur $[0; \pi]$.

Activité n° 2: Équations trigonométriques élémentaires

Pour cette activité, on pourra utiliser le cercle trigonométrique ci-contre pour raisonner.

1. Équations du type $\sin(x) = a$



   (a) Existe-t-il un réel x tel que $\sin x = 2$?
   (b) Donner deux réels x tels que $\sin x = \frac{1}{2}$.
   (c) Déterminer l'ensemble solution de l'équation $\sin x = \frac{1}{2} \quad (E)$.
   (d) Déterminer les solutions de (E) qui appartiennent à l'intervalle $[\pi; 3\pi]$.

2. Équations du type $\cos(x) = a$

   (a) Donner deux réels x tels que $\cos x = \frac{1}{2}$.
   (b) Déterminer l'ensemble solution de l'équation $\cos x = \frac{1}{2} \quad (E')$.
   (c) Déterminer les solutions de (E') qui appartiennent à l'intervalle $[-\frac{\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}]$.

3. On considère l'équation $\cos(3x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (F)$.

   (a) Quels sont les réels X tels que $\cos(X) = \frac{\sqrt{3}}{2}$?
   (b) En déduire l'ensemble solution de l'équation (F).
   (c) Déterminer les solutions de (F) qui appartiennent à l'intervalle $[\frac{\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}]$.

4. (a) Résoudre l'équation $\sin(5x - \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ dans $\mathbb{R}$.
   (b) Résoudre l'équation $2\cos(4x - \frac{\pi}{6}) = 1$ dans $[0; 2\pi[$.